



**SELEKSI OLIMPIADE TINGKAT PROVINSI 2009
TIM OLIMPIADE MATEMATIKA INDONESIA 2010**

Waktu : 210 Menit



**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL MANAJEMEN PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS
TAHUN 2009**

**SELEKSI TINGKAT PROVINSI
CALON PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL 2009
MATEMATIKA SMA/MA**

Petunjuk untuk peserta :

1. Tes terdiri dari dua bagian. Tes bagian pertama terdiri dari 20 soal isian singkat dan tes bagian kedua terdiri dari 5 soal uraian.
2. Waktu yang disediakan untuk menyelesaikan semua soal adalah 210 menit.
3. Tuliskan nama, kelas dan asal sekolah Anda di sebelah kanan atas pada setiap halaman.
4. Untuk soal bagian pertama :
 - (a) Masing-masing soal bagian pertama bernilai 1 (satu) angka.
 - (b) Beberapa pertanyaan dapat memiliki lebih dari satu jawaban yang benar. Anda diminta memberikan jawaban yang paling tepat atau persis untuk pertanyaan seperti ini. Nilai hanya akan diberikan kepada pemberi jawaban paling tepat atau paling persis.
 - (c) Tuliskan hanya jawaban dari soal yang diberikan. Tuliskan jawaban tersebut pada kotak di sebelah kanan setiap soal.
5. Untuk soal bagian kedua :
 - (a) Masing-masing soal bagian kedua bernilai 7 (tujuh) angka
 - (b) Anda diminta menyelesaikan soal yang diberikan secara lengkap. Selain jawaban akhir, Anda diminta menuliskan semua langkah dan argumentasi yang Anda gunakan untuk sampai kepada jawaban akhir tersebut.
 - (c) Jika halaman muka tidak cukup, gunakan halaman sebaliknya.
6. Jawaban hendaknya Anda tuliskan dengan menggunakan tinta, bukan pensil.
7. Selama tes, Anda tidak diperkenankan menggunakan buku, catatan dan alat bantu hitung. Anda juga tidak diperkenankan bekerja sama.
8. Mulailah bekerja hanya setelah pengawas memberi tanda dan berhentilah bekerja segera setelah pengawas memberi tanda.
9. Selamat bekerja.

**SELEKSI TINGKAT PROVINSI
CALON PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL 2009
MATEMATIKA SMA/MA**

BAGIAN PERTAMA

1. Tiga dadu berwarna hitam, merah, dan putih dilempar bersama-sama. Macam hasil lemparan sehingga jumlah ketiga mata dadu adalah 8 sebanyak

2. Banyaknya bilangan real x yang memenuhi persamaan $x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 176x + 2009 = 0$ adalah

3. Bilangan rasional $a < b < c$ membentuk barisan hitung (aritmatika) dan

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 3$$

Banyaknya bilangan positif a yang memenuhi adalah

4. Misalkan N menyatakan himpunan semua bilangan bulat positif dan

$$S = \left\{ n \in N \mid \frac{n^{2009} + 2}{n + 1} \in N \right\}$$

Banyaknya himpunan bagian dari S adalah

5. Diberikan segitiga ABC dengan $\tan \angle CAB = \frac{22}{7}$. Melalui titik sudut A ditarik garis tinggi sedemikian rupa sehingga membagi sisi BC menjadi segmen-segmen dengan panjang 3 dan 17. Luas segitiga ABC adalah

6. Nilai minimum dari $f(x) = \frac{9x^2 \sin^2 x + 4}{x \sin x}$ untuk $0 < x < \pi$ adalah

7. Diberikan segitiga dengan panjang dari ketiga garis tinggi segitiga itu merupakan bilangan bulat. Jika panjang kedua garis tingginya adalah 10 dan 6, maka panjang maksimum garis tinggi ketiga adalah

8. Suatu fungsi $f : Z \rightarrow Q$ mempunyai sifat $f(x+1) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$ untuk setiap $x \in Z$. Jika $f(2) = 2$, maka nilai fungsi $f(2009)$ adalah

9. Diketahui segitiga siku-siku ABC dengan panjang sisi-sisinya a , b , dan c serta $a < b < c$. Misalkan r dan R berturut-turut menyatakan panjang jari-jari lingkaran dalam dan lingkaran luarnya. Jika $\frac{r(a+b+c)}{R^2} = \sqrt{3}$ maka nilai dari $\frac{r}{a+b+c}$ adalah

10. Jika $\tan x + \tan y = 25$ dan $\cot x + \cot y = 30$, maka nilai $\tan (x + y)$ adalah
11. Pada bagian kanan $100!$ terdapat digit 0 berturut-turut sebanyak
12. Ada empat pasang sepatu akan diambil empat sepatu secara acak. Peluang bahwa yang terambil ada yang berpasangan adalah
13. Diketahui k , m , dan n adalah tiga bilangan bulat positif yang memenuhi
- $$\frac{k}{m} + \frac{m}{4n} = \frac{1}{6}$$
- Bilangan m terkecil yang memenuhi adalah
14. Bilangan prima p yang memenuhi $(2p - 1)^3 + (3p)^2 = 6^p$ ada sebanyak
15. Jika $x_1, x_2, \dots, x_{2009}$ bilangan real, maka nilai terkecil dari
- $$\cos x_1 \sin x_2 + \cos x_2 \sin x_3 + \dots + \cos x_{2009} \sin x_1$$
- adalah
16. Misalkan a, b, c adalah akar-akar polinom $x^3 - 8x^2 + 4x - 2$. Jika $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ adalah polinom dengan akar-akar $a + b - c, b + c - a, c + a - b$ maka $f(1) = \dots$
17. Banyaknya segitiga tumpul dengan sisi bilangan asli yang memiliki sisi-sisi terpanjang 10 adalah .. (Catatan : dua segitiga kongruen dianggap sama)
18. Misalkan n bilangan asli terkecil yang mempunyai tepat 2009 faktor dan n merupakan kelipatan 2009. Faktor prima terkecil dari n adalah
19. Misalkan $p(x) = x^2 - 6$ dan $A = \{x \in \mathbb{R} \mid p(p(x)) = x\}$. Nilai maksimal dari $\{|x| : x \in A\}$ adalah
20. Misalkan $q = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ dan $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan x . Nilai $\lfloor q \lfloor qn \rfloor \rfloor - \lfloor q^2 n \rfloor$ untuk sebarang $n \in \mathbb{N}$ adalah

**SELEKSI TINGKAT PROVINSI
CALON PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL 2009
MATEMATIKA SMA/MA**

BAGIAN KEDUA

1. Seekor semut hendak melangkah ke makanan yang berada sejauh 10 langkah di depannya. Semut tersebut sedang mendapatkan hukuman, ia hanya boleh melangkah ke depan sebanyak kelipatan tiga langkah dan selebihnya harus melangkah ke belakang. Tentukan banyaknya cara melangkah agar bisa mencapai makanan, jika ia harus melangkah tidak lebih dari dua puluh langkah. (Catatan : jika semut melangkah dua kali dimana masing-masing melangkah sekali ke belakang, maka dianggap sama saja dengan dua langkah ke belakang.)

2. Diberikan n adalah bilangan asli. Misalkan $x = 6 + 2009\sqrt{n}$. Jika $\frac{x^{2009} - x}{x^3 - x}$ merupakan bilangan rasional, tunjukkan bahwa n merupakan kuadrat dari suatu bilangan asli.

3. Diberikan segitiga ABC dan titik D pada sisi AC. Misalkan r_1 , r_2 dan r berturut-turut menyatakan jari-jari lingkaran dalam dari segitiga-segitiga ABD, BCD, dan ABC. Buktikan bahwa $r_1 + r_2 > r$.

4. Diketahui p adalah bilangan prima sehingga persamaan $7p = 8x^2 - 1$ dan $p^2 = 2y^2 - 1$ mempunyai solusi x dan y berupa bilangan bulat. Tentukan semua nilai p yang memenuhi.

5. Diketahui himpunan H mempunyai lima anggota dari $\{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$. Buktikan ada dua himpunan bagian dari H , yang tidak kosong dan saling asing, yang jika semua anggotanya dijumlahkan hasilnya sama.